

QUEST におけるプラズマ垂直位置制御

QUEST 研究会 2019.10.3-4

九州大学応用力学研究所

御手洗 修 (先進フュージョン研, 熊本)

協力 中村先生, 筒井先生, 長谷川先生, 恩地先生, 黒田先生

研究の目的：

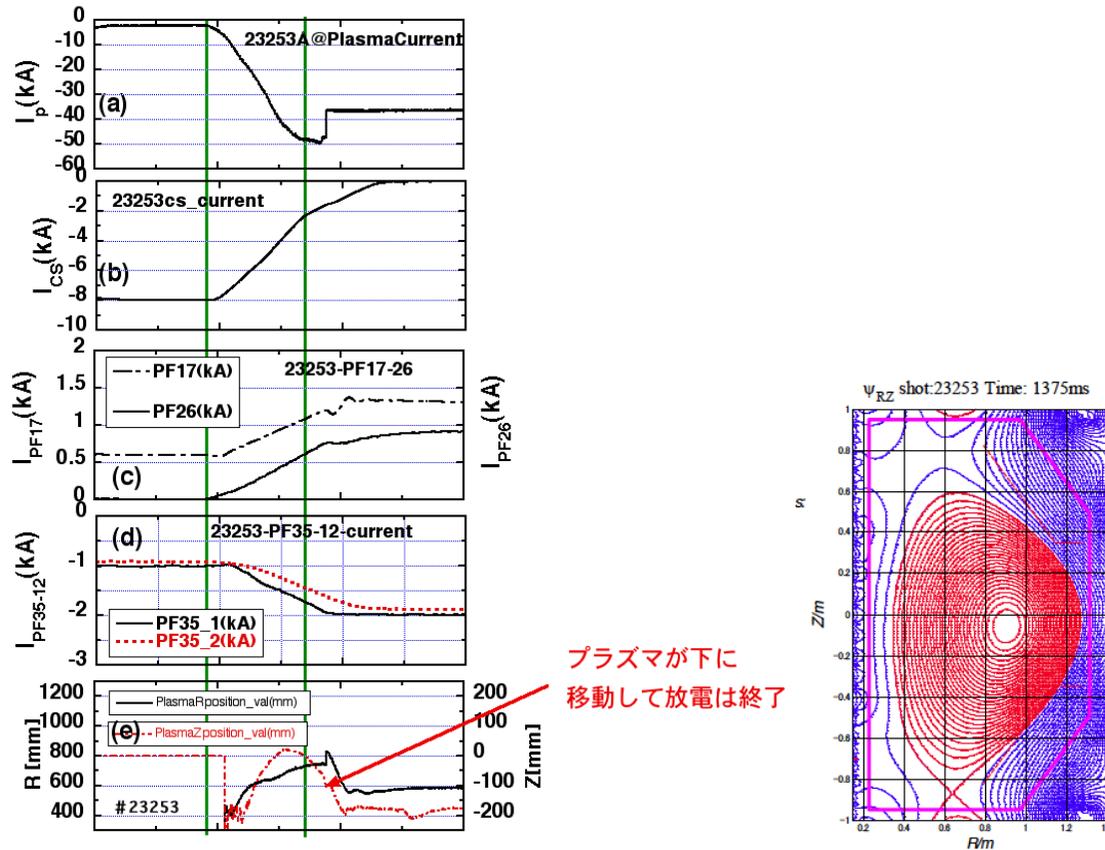
プラズマ電流 10 kA 程度の垂直位置制御は今まで行なわれていたが，QUEST の今後の運転領域拡大のために，より大電流のプラズマ垂直位置のフィードバック制御について考える．ここではプラズマ垂直位置の運動方程式，制御コイル回路，真空容器電流の回路方程式を数値計算して，**制御コイル電源に要求される性能**を計算する．

最終的には真空容器を 30 個程度に分割して，回路方程式を数値計算する必要があるが，ここではまず **4 個の真空容器電流，一対の水平磁場制御コイルと質量を考慮したプラズマの運動方程式の合計 6 個の方程式**を用いてまず制御のレスポンスからその物理（**係数の符号のチェック**）を確認し，今後の方針を決める．

さらに今まで良く用いられている制御専用のマスレス近似のプラズマの運動方程式を用いた回路方程式の数値計算と比較し，今後の計算の方向を決める．

1. 研究の動機

- (1) 過去のオーミックダイバータ放電においてはプラズマ垂直位置のフィードバック制御ができなかったため放電時間が制限されていた。

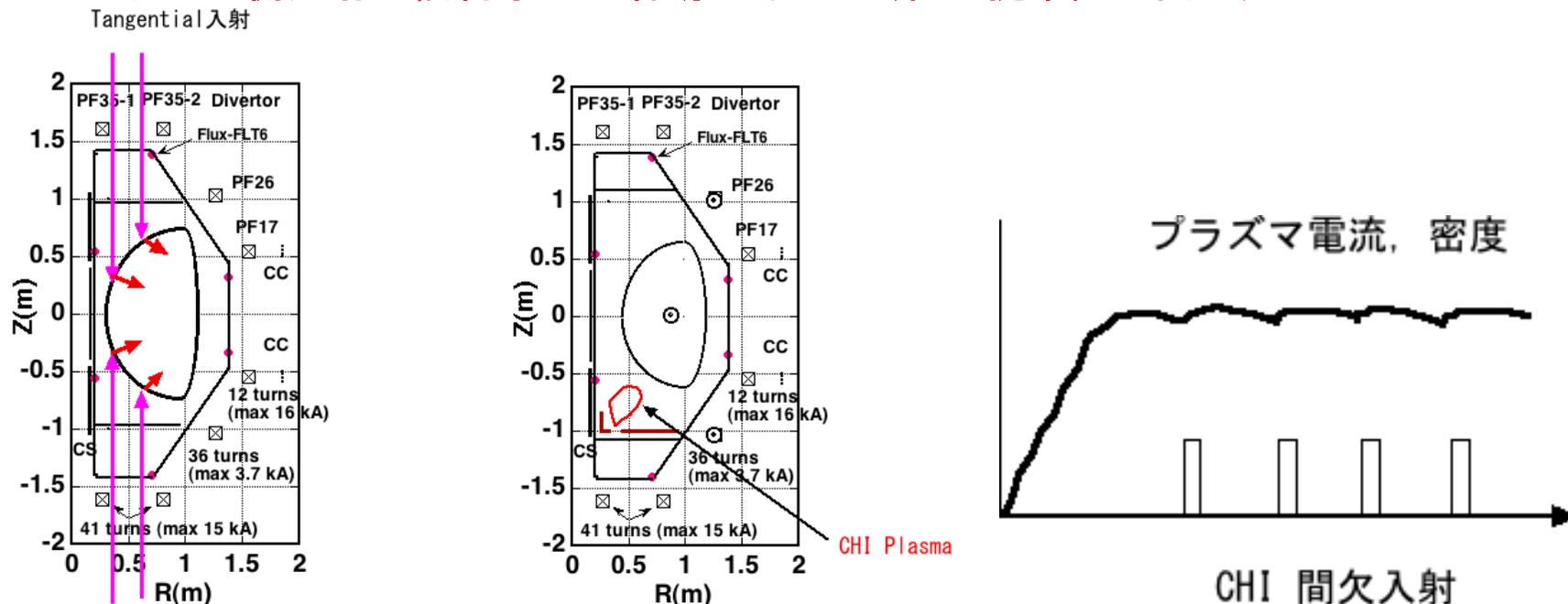


- (2) QUEST において CHI 実験が行われているが、トカマク放電に移行するにはプラズマの垂直、水平方向の位置制御が重要である。

(3) 逆 D 配位実験のためにも必要： ●何故逆 D 配位なのか？

トカマク核融合炉の 3 大問題は、燃料供給、He 排気、ディスラプションである。このうち前の 2 つを解決できる可能性がある。

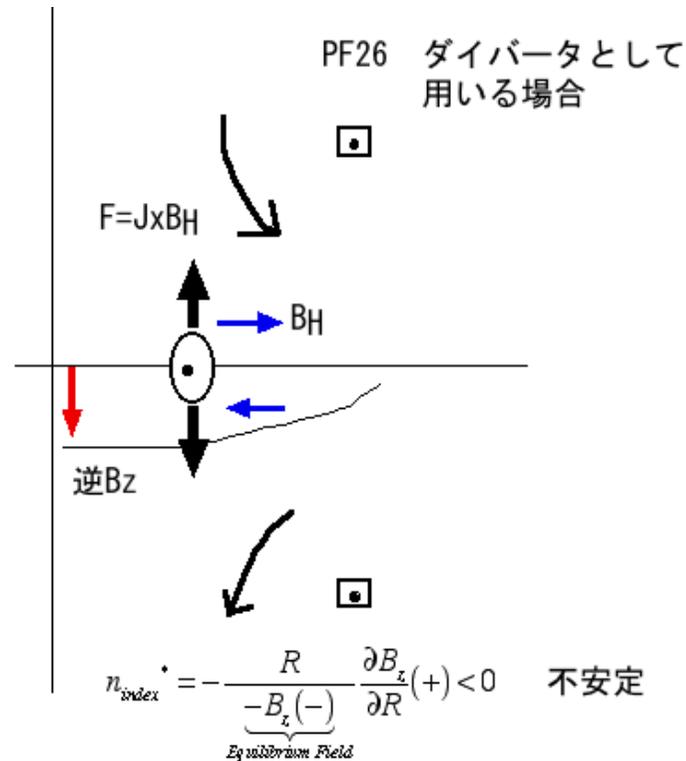
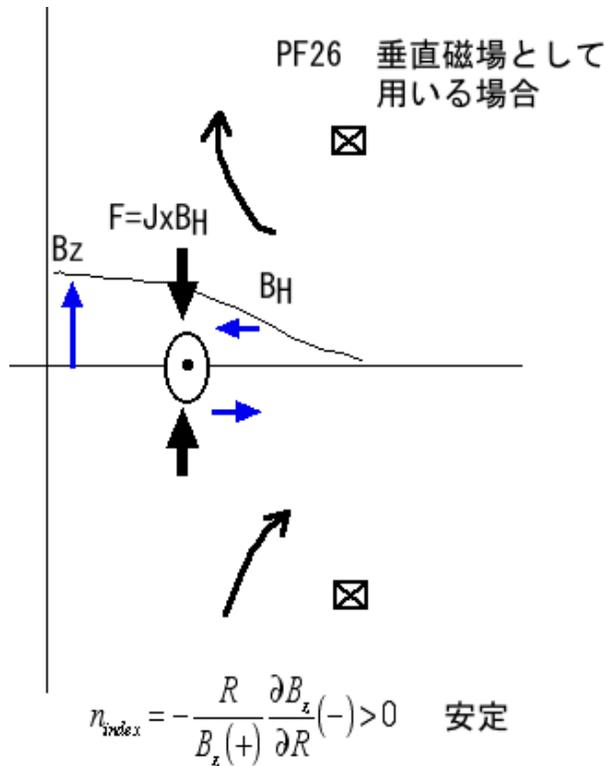
- 菊池氏提案の逆 D 配位はダイバータ問題解決に有望である。
- ペレット内側入射が幾何学的に容易になる。(私の提案, 下図左)



- QUEST で逆 D 配位を作ると、PF26 がプラズマ電流と同方向なので上下不安定となるので、強力な垂直位置フィードバック制御が必要になる。(さらに CHI の間欠入射で **プラズマ電流を維持し同時に燃料供給を行える** 可能性が考えられるので、これは将来性のある研究である)。

(4) とにかく縦長断面のトカマクにはプラズマ垂直位置制御が重要である。

2. PF コイル電流による n-index



B_z は+であるべきなのに(逆方向)になっているので、その前に-を付けることで従来の定義が使える。

- | | | |
|------------------------|-----------------------|-----|
| [1] 垂直磁場コイル PF26 : | $n_{index} \sim +0.4$ | |
| [2] 逆 D 用 PF26 ダイバータ : | $n_{index} \sim -0.4$ | 不安定 |
| [3] 垂直磁場コイル PF17 : | $n_{index} \sim -0.1$ | 不安定 |
| [4] 内側ダイバータ PF35-1 : | $n_{index} \sim -0.8$ | 不安定 |
| [5] 外側ダイバータ PF35-2 : | $n_{index} \sim -0.5$ | 不安定 |

3. プラズマ垂直位置の外部制御

(E. A. Lazarus et al, Nucl Fusion, 30 (1990) 111, S. Nishio et al. FED 23 (1993) 17)

(1) プラズマの垂直方向運動方程式

(PF コイル + 真空容器電流 + 制御コイル) の作る水平磁場

$$M \frac{d^2 z}{dt^2} = -2\pi R I_p B_r = -2\pi R I_p \left[\frac{\mu_o I_p}{4\pi R^2} \Gamma n_{index} z + \frac{I_v}{2\pi R} \frac{dM_{vp}}{dz} + B_{rc} \right] \quad (1)$$

ただし, $\Gamma = [\log(8R/a) + \ell_i + \beta_p - 1.5]$

(2) 真空容器電流は, 外部水平磁場コイルとプラズマ位置の変化によって誘導されるので,

$$L_v \frac{dI_v}{dt} + R_v I_v = -M_{vc} \frac{dI_c}{dt} - I_p \frac{dM_{vp}}{dt} \quad (2)$$

(3) 外部水平磁場コイル電流は, 真空容器電流とプラズマ位置の変化から反作用を受ける. さらに制御信号 $(z - z_0)$ に基づく電圧によって駆動される.

$$L_c \frac{dI_c}{dt} + R_c I_c = -M_{cv} \frac{dI_v}{dt} - I_p \frac{dM_{cp}}{dt} + V_c (z - z_0) \quad (3)$$

(1) の外部水平磁場コイル項を書き直すと,

$$-2\pi R B_{rc} dz = I_c dM_{pc} \quad \rightarrow \quad 2\pi R B_{rc} = I_c \frac{dM_{pc}}{dz} \quad \text{を用いて}$$

まとめると、解くべき回路方程式は、 z, I_v, I_c の3つが未知数で、

$$\left\{ \begin{aligned} nmV \frac{d^2 z}{dt^2} &= \frac{\mu_o I_p^2}{2R} \Gamma(-n_{index}) z + I_p \left[\frac{dM_{vp}}{dz} \right] I_v + I_p \left[\frac{dM_{pc}}{dz} \right] I_c \quad (1) \end{aligned} \right.$$

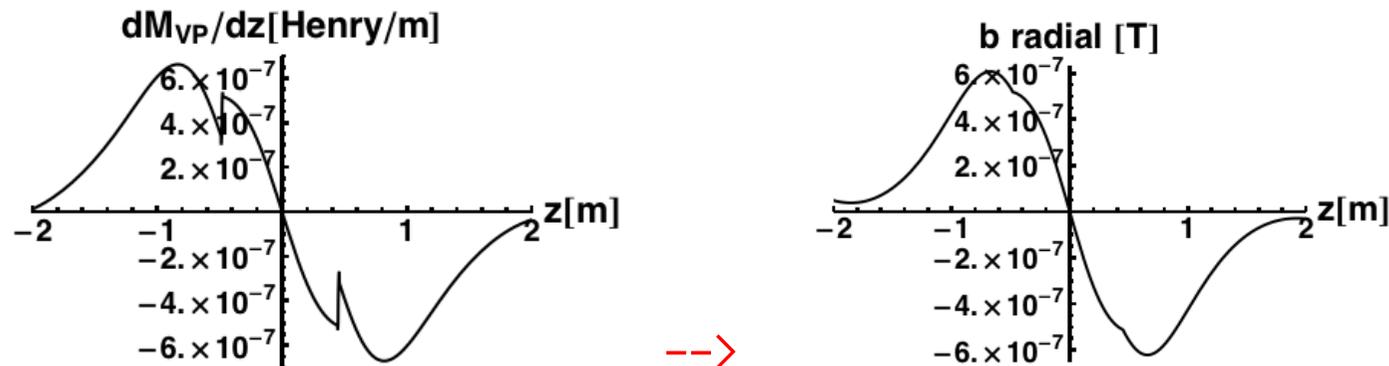
$$\left\{ \begin{aligned} L_v \left(\frac{dI_v}{dt} \right) + R_v I_v &= -M_{vc} \left(\frac{dI_c}{dt} \right) - \left[\frac{dM_{vp}}{dz} \right] \left(\frac{dz}{dt} \right) I_p \quad (2) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} L_c \left(\frac{dI_c}{dt} \right) + R_c I_c &= -M_{cv} \left(\frac{dI_v}{dt} \right) - \left[\frac{dM_{cp}}{dz} \right] \left(\frac{dz}{dt} \right) I_p + V_c (z - z_o) \quad (3) \end{aligned} \right.$$

この回路方程式が今までの論文に出てくる式である。相互インダクタンスの位置微分 ($dM_{vp}/dz = dM_{pv}/dz, dM_{cp}/dz = dM_{pc}/dz$) を求めるには2つの位置での値が必要だが、少ない個数の真空容器電流を用いる場合は計算できない。そこで再び

$$\frac{dM_{pc}}{dz} = \frac{2\pi R B_{rc}}{I_c}$$

の関係式を用いて水平磁場に直し、少ない個数の真空容器電流の場合でも計算できるようにした。



真空容器形状が丸くなっていないと不連続が生じるが、 B_r に直すとそれもなくなる。

書き直すと

$$\left\{ nmV \frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{\mu_o I_p^2}{2R} \Gamma(-n_{index}) z + I_p 2\pi R \{B_{rc}(I_c)/I_c\} I_c + I_p 2\pi R \{B_{rv}(I_V)/I_V\} I_V \right. \quad (1)$$

$$\left\{ L_v \left(\frac{dI_V}{dt} \right) + R_v I_V = -M_{vc} \left(\frac{dI_c}{dt} \right) - 2\pi R \{B_{rv}(I_V)/I_V\} \left(\frac{dz}{dt} \right) I_p \right. \quad (2)$$

$$\left\{ L_c \left(\frac{dI_c}{dt} \right) + R_c I_c = -M_{cv} \left(\frac{dI_V}{dt} \right) - 2\pi R \{B_{rc}(I_c)/I_c\} \left(\frac{dz}{dt} \right) I_p + V_c (z - z_o) \right. \quad (3)$$

ここで単位電流の作る水平磁場: $b_{rc} = B_{rc}(I_c)/I_c$

以上はプラズマの運動方程式, 1個の真空容器電流, 1個の制御コイルの場合の方程式である.

ここではプラズマの運動方程式, **4個の真空容器電流, 1対の制御コイル (電流の向きが逆の1対のコイル: 水平磁場コイル)** の回路方程式に拡張して計算する.

4. 質量ありプラズマ垂直位置運動方程式，4個の真空容器電流，1対の制御コイルがある場合

Plasma :

$$P: \quad nmV \frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{\mu_o I_p^2}{2R} \Gamma(-n_{index}) z - I_p 2\pi R (b_{rpc1} - b_{rpc2}) (I_c) - I_p 2\pi R b_{rpV1} (I_{V1}) - I_p 2\pi R b_{rpV2} (I_{V2}) - I_p 2\pi R b_{rpV3} (I_{V3}) - I_p 2\pi R b_{rpV4} (I_{V4})$$

Control Coil connected in series :

$$C: \quad \left\{ I_p 2\pi R (b_{rc1p} - b_{rc2p}) - V_{cd} \right\} \frac{dz}{dt} + (2L_{c1} - 2M_{c1c2}) \frac{dI_c}{dt} + (M_{c1V1} - M_{c2V1}) \frac{dI_{V1}}{dt} + (M_{c1V2} - M_{c2V2}) \frac{dI_{V2}}{dt} \\ + (M_{c1V3} - M_{c2V3}) \frac{dI_{V3}}{dt} + (M_{c1V4} - M_{c2V4}) \frac{dI_{V4}}{dt} = V_{cp} (z - z_o) - 2R_c I_c$$

Upper and Lower Vacuum Chamber :

$$V_1: \quad I_p 2\pi R b_{rV1p} \frac{dz}{dt} + (M_{V1c1} - M_{V1c2}) \frac{dI_c}{dt} + \left(L_{V1} \frac{dI_{V1}}{dt} \right) + M_{V1V2} \frac{dI_{V2}}{dt} + M_{V1V3} \frac{dI_{V3}}{dt} + M_{V1V4} \frac{dI_{V4}}{dt} = -R_{V1} I_{V1}$$

$$V_2: \quad I_p 2\pi R b_{rV2p} \frac{dz}{dt} + (M_{V2c1} - M_{V2c2}) \frac{dI_c}{dt} + M_{V2V1} \frac{dI_{V1}}{dt} + \left(L_{V2} \frac{dI_{V2}}{dt} \right) + M_{V2V3} \frac{dI_{V3}}{dt} + M_{V2V4} \frac{dI_{V4}}{dt} = -R_{V2} I_{V2}$$

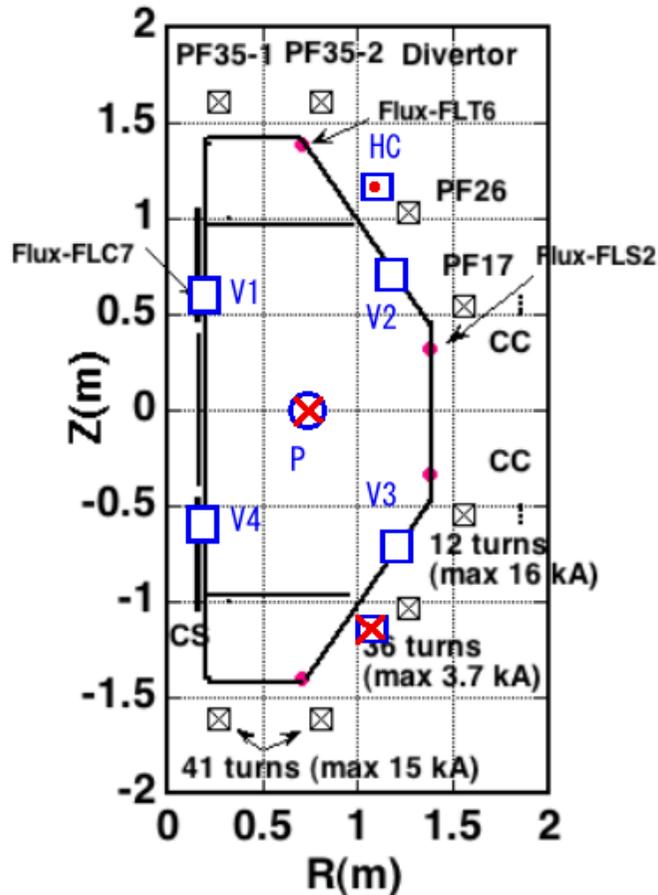
$$V_3: \quad I_p 2\pi R b_{rV3p} \frac{dz}{dt} + (M_{V3c1} - M_{V3c2}) \frac{dI_c}{dt} + M_{V3V1} \frac{dI_{V1}}{dt} + M_{V3V2} \frac{dI_{V2}}{dt} + \left(L_{V3} \frac{dI_{V3}}{dt} \right) + M_{V3V4} \frac{dI_{V4}}{dt} = -R_{V3} I_{V3}$$

$$V_4: \quad I_p 2\pi R b_{rV4p} \frac{dz}{dt} + (M_{V4c1} - M_{V4c2}) \frac{dI_c}{dt} + M_{V4V1} \frac{dI_{V1}}{dt} + M_{V4V2} \frac{dI_{V2}}{dt} + M_{V4V3} \frac{dI_{V3}}{dt} + \left(L_{V4} \frac{dI_{V4}}{dt} \right) = -R_{V4} I_{V4}$$

ここで大事なのが各項の符号である。

” +方向(向こう向き)のプラズマ電流が上に移動するとき($z > 0$), 上側の真空容器には z を小さくする(-)方向に電流が誘導される. また, 制御コイルに電圧をかけていない場合は上側の制御コイルに(-)方向, 下側の制御コイルには(+)方向に電流が流れる.”

この電磁誘導の原理を用いて各項の符号のチェックができる.

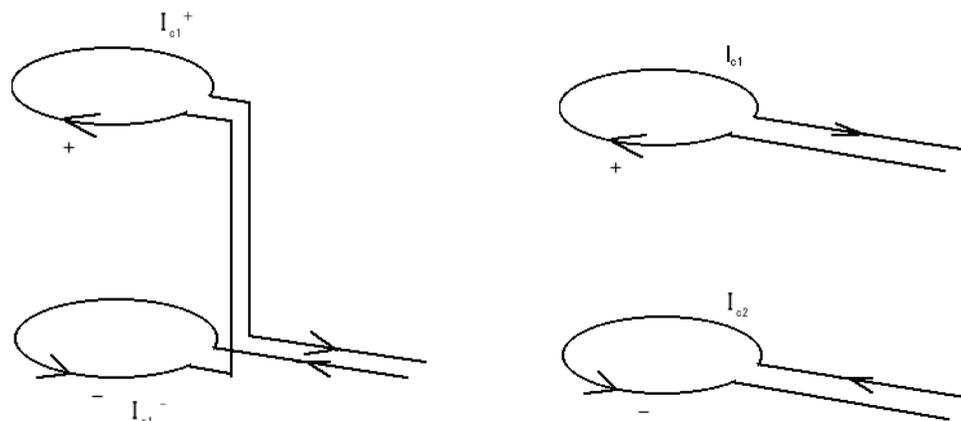


HC: (rc[9] = 1.1258; zc[9] = 1.150; ic[9] = +1*16);
 (rc[10] = 1.1258; zc[10] = -1.150; ic[10] = -1*16;)

HCUL: Pulse: 6 turns, 2.5 kA $I_{total}=15$ kAT
 (水平コイル) Steady: 16 turns, 0.25 kA $I_{total}=4$ kAT

P (rc[11] = 0.68; zc[11] = 0; ic[11] = -50000) ;
 V1 x1 = 0.23055; y1 = 0.4;
 V2 x2 = 1.2; y2 = 0.75;
 V3 x3 = 1.2; y3 = -0.75;
 V4 x4 = 0.23055; y4 = -0.4;

水平磁場制御コイル



制御電圧の半分を、互いに逆に印加して、それを直列につなぐと、水平磁場コイルになる。

$$C_1: \frac{I_p 2\pi R b_{rc1p}}{dt} \frac{dz}{dt} + \left(L_{c1} \frac{dI_{c1}^+}{dt} + R_{c1} I_{c1}^+ \right) + \frac{M_{c1c2}}{dt} \frac{dI_{c2}^-}{dt} + \frac{M_{c1V1}}{dt} \frac{dI_{V1}}{dt} + \frac{M_{c1V2}}{dt} \frac{dI_{V2}}{dt} + \frac{M_{c1V3}}{dt} \frac{dI_{V3}}{dt} + \frac{M_{c1V4}}{dt} \frac{dI_{V4}}{dt} = \frac{1}{2} \left\{ V_{cp} (z - z_o) + V_{cd} \frac{dz}{dt} \right\}$$

$$C_2: \frac{I_p 2\pi R b_{rc2p}}{dt} \frac{dz}{dt} + \frac{M_{c2c1}}{dt} \frac{dI_{c1}^+}{dt} + \left(L_{c2} \frac{dI_{c2}^-}{dt} + R_{c2} I_{c2}^- \right) + \frac{M_{c2V1}}{dt} \frac{dI_{V1}}{dt} + \frac{M_{c2V2}}{dt} \frac{dI_{V2}}{dt} + \frac{M_{c2V3}}{dt} \frac{dI_{V3}}{dt} + \frac{M_{c2V4}}{dt} \frac{dI_{V4}}{dt} = -\frac{1}{2} \left\{ V_{cp} (z - z_o) + V_{cd} \frac{dz}{dt} \right\}$$

向きが重要な磁場成分と相互インダクタンス成分は引き算となるが、自己インダクタンスと抵抗成分は直列となるので足す。

$$I_p 2\pi R (b_{rc1p} - b_{rc2p}) \frac{dz}{dt} + (2L_{c1} - 2M_{c1c2}) \frac{d|I_{c1}^+|}{dt} + 2R_{c1} |I_{c1}^+|$$

$$+ (M_{c1V1} - M_{c2V1}) \frac{dI_{V1}}{dt} + (M_{c1V2} - M_{c2V2}) \frac{dI_{V2}}{dt} + (M_{c1V3} - M_{c2V3}) \frac{dI_{V3}}{dt} + (M_{c1V4} - M_{c2V4}) \frac{dI_{V4}}{dt} = \left\{ V_{cp} (z - z_o) + V_{cd} \frac{dz}{dt} \right\}$$

コイル電流の素早い変化が必要な水平磁場生成には、独立した垂直磁場コイルを用いるよりも、**コイルインダクタンスが小さくなる水平磁場巻き線が最適である**と考えられる。

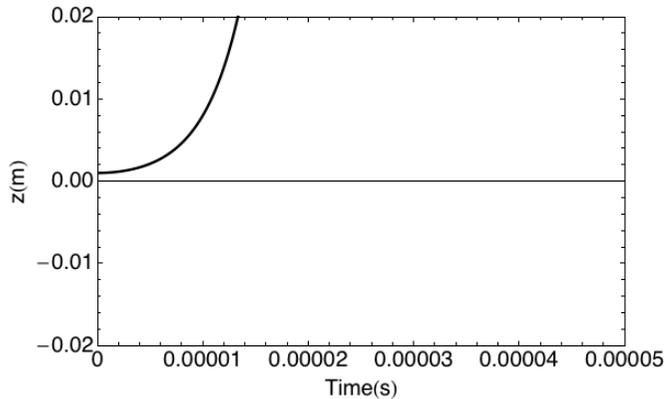
5. プラズマの垂直運動からわかる回路方程式の各項の符号

[1] 単純化 1 : PF コイルのみ (真空容器なし, 制御コイルなし)

$$nmV \frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{\mu_o I_p^2}{2R} \Gamma(-n_{index}) z$$

volume=3.63808, ne=2x10¹⁸, nmv=1.21657*10⁻⁸, ganma=2.01476, rp=0.68, a0=0.44, li=0.8, betap=0.2, ip=50000., vcd=0

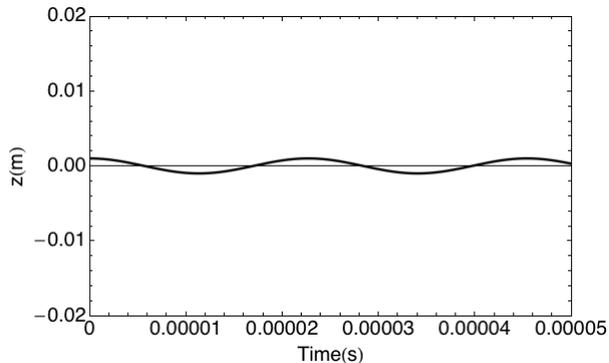
n_{index} = -0.2 の場合: 不安定 t=13.2 μs で 2 cm 変位



$$\omega_A = \sqrt{\frac{\mu_o I_p^2}{2(mnV)R} \Gamma n_{index}} = \frac{V_A}{R} \sqrt{\Gamma n_{index}}$$

n_{index} = +0.2 の場合 単振動の式: 安定

--> $t_A = 1 / f_A = 2\pi / \omega_A = 22.7 \mu s$ で振動



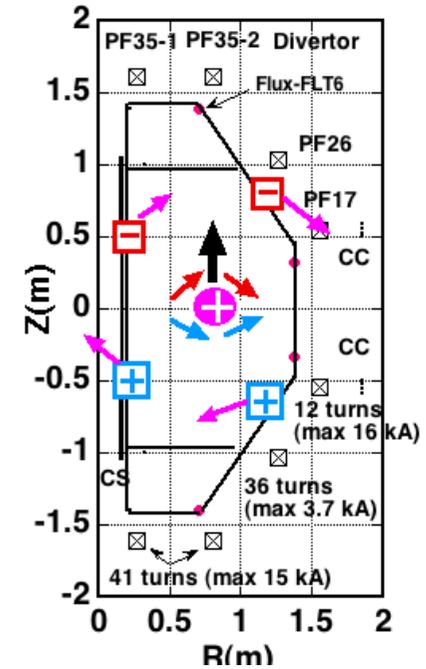
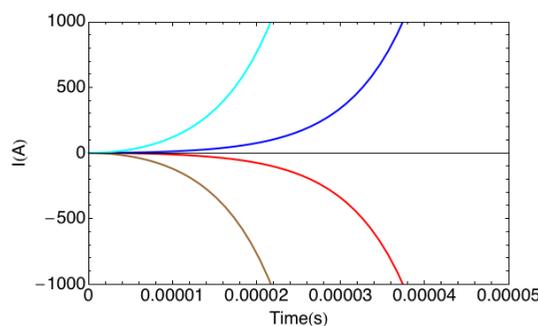
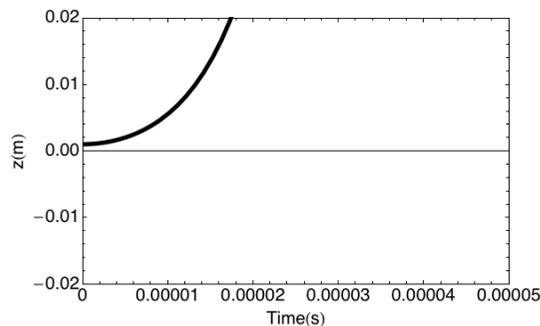
(アルヴェーン固有モード: $\omega_A = \frac{V_A}{2qR}$ に近い)

[2] 単純化 2 : 上下 4 個の真空容器効果 + 制御コイルなし

$$\begin{cases}
 P: & nmV \frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{\mu_0 I_p^2}{2R} \Gamma(-n_{index}) z - \underbrace{I_p 2\pi R b_{rpV1}}_{a[1,3]} \overline{I_{V1}} - \underbrace{I_p 2\pi R b_{rpV2}}_{a[1,4]} \overline{I_{V2}} - \underbrace{I_p 2\pi R b_{rpV3}}_{a[1,5]} \overline{I_{V3}} - \underbrace{I_p 2\pi R b_{rpV4}}_{a[1,6]} \overline{I_{V4}} \\
 V_1: & I_p 2\pi R b_{rv1p} \frac{dz}{dt} + L_{V1} \frac{dI_{V1}}{dt} + M_{V1V2} \frac{dI_{V2}}{dt} + M_{V1V3} \frac{dI_{V3}}{dt} + M_{V1V4} \frac{dI_{V4}}{dt} = -R_{V1} I_{V1} \\
 V_2: & I_p 2\pi R b_{rv2p} \frac{dz}{dt} + M_{V2V1} \frac{dI_{V1}}{dt} + L_{V2} \frac{dI_{V2}}{dt} + M_{V2V3} \frac{dI_{V3}}{dt} + M_{V2V4} \frac{dI_{V4}}{dt} = -R_{V2} I_{V2} \\
 V_3: & I_p 2\pi R b_{rv3p} \frac{dz}{dt} + M_{V3V1} \frac{dI_{V1}}{dt} + M_{V3V2} \frac{dI_{V2}}{dt} + L_{V3} \frac{dI_{V3}}{dt} + M_{V3V4} \frac{dI_{V4}}{dt} = -R_{V3} I_{V3} \\
 V_4: & I_p 2\pi R b_{rv4p} \frac{dz}{dt} + M_{V4V1} \frac{dI_{V1}}{dt} + M_{V4V2} \frac{dI_{V2}}{dt} + M_{V4V3} \frac{dI_{V3}}{dt} + L_{V4} \frac{dI_{V4}}{dt} = -R_{V4} I_{V4}
 \end{cases}$$

$n_{index} = -0.2$ の場合:

$a[1, 3] = -0.0101085$, I_{v1} (brown) は負, $a[1, 4] = -0.0289726$, I_{v2} (Red) は負
 $a[1, 5] = 0.0289726$, I_{v3} (Blue) は正, $a[1, 6] = 0.0101085$, I_{v4} (Cyan) は正



$z > 0$ のとき真空容器電流による力の方向は負になるので安定化に向かう

正のプラズマ電流が上に動く

I_{v1} (brown) 内側上 : 負

I_{v2} (Red) 内側上 : 負

I_{v3} (Blue) 外側下 : 正

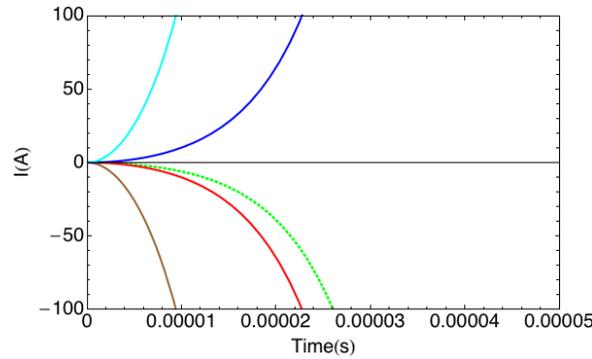
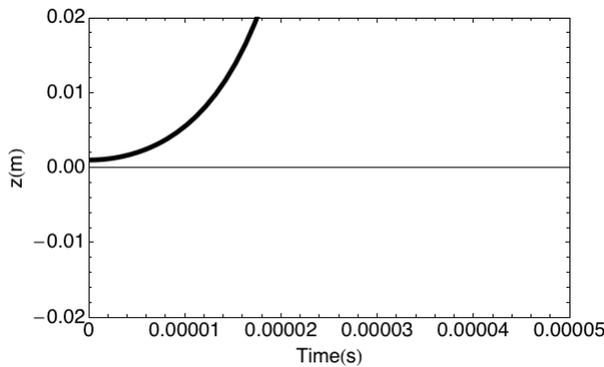
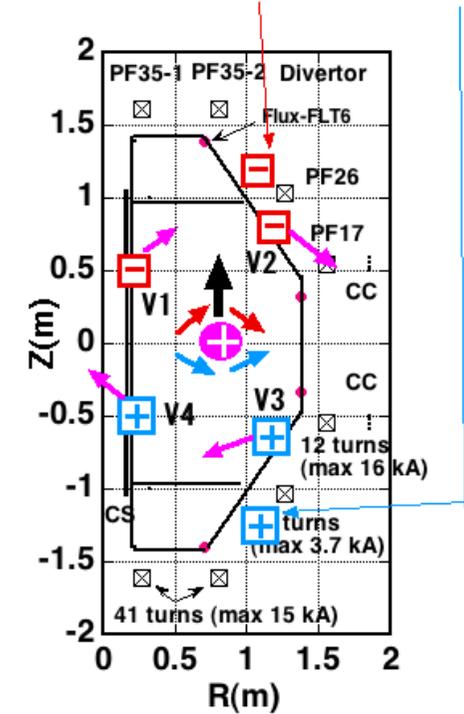
I_{v4} (Cyan) 内側下 : 正

プラズマ変位速度が真空容器電流のために遅くなることが確認できる. $t = 16.8 \mu s$ で 2cm 変位

[3] 真空容器効果 + 制御コイルはあるが制御しない場合: $V_{cd}=V_{cp}=0$

$$\begin{aligned}
 P: \quad & nmV \frac{d^2z}{dt^2} = \frac{\mu_o I_p^2}{2R} \Gamma(-n_{index}) z - I_p 2\pi R \left(\overline{b_{rpc1}^+} - \overline{b_{rpc2}^+} \right) \overline{I_c} - I_p 2\pi R \overline{b_{rpV1}^+} \overline{I_{V1}} - I_p 2\pi R \overline{b_{rpV2}^+} \overline{I_{V2}} - I_p 2\pi R b_{rpV3} (I_{V3}) - I_p 2\pi R b_{rpV4} (I_{V4}) \\
 C: \quad & \left\{ I_p 2\pi R \left(\overline{b_{rc1p}^+} - \overline{b_{rc2p}^-} \right) - V_{cd} \right\} \frac{dz}{dt} + (2L_{c1} - 2M_{c1c2}) \frac{dI_c}{dt} + (M_{c1V1} - M_{c2V1}) \frac{dI_{V1}}{dt} + (M_{c1V2} - M_{c2V2}) \frac{dI_{V2}}{dt} \\
 & + (M_{c1V3} - M_{c2V3}) \frac{dI_{V3}}{dt} + (M_{c1V4} - M_{c2V4}) \frac{dI_{V4}}{dt} = V_{cp} (z - z_o) - 2R_c I_c \\
 V_1: \quad & I_p 2\pi R \overline{b_{rV1p}^+} \frac{dz}{dt} + (M_{V1c1} - M_{V1c2}) \frac{dI_c}{dt} + \left(L_{V1} \frac{dI_{V1}}{dt} \right) + M_{V1V2} \frac{dI_{V2}}{dt} + M_{V1V3} \frac{dI_{V3}}{dt} + M_{V1V4} \frac{dI_{V4}}{dt} = -R_{V1} I_{V1} \\
 V_2: \quad & I_p 2\pi R b_{rV2p} \frac{dz}{dt} + (M_{V2c1} - M_{V2c2}) \frac{dI_c}{dt} + M_{V2V1} \frac{dI_{V1}}{dt} + \left(L_{V2} \frac{dI_{V2}}{dt} \right) + M_{V2V3} \frac{dI_{V3}}{dt} + M_{V2V4} \frac{dI_{V4}}{dt} = -R_{V2} I_{V2} \\
 V_3: \quad & I_p 2\pi R b_{rV3p} \frac{dz}{dt} + (M_{V3c1} - M_{V3c2}) \frac{dI_c}{dt} + M_{V3V1} \frac{dI_{V1}}{dt} + M_{V3V2} \frac{dI_{V2}}{dt} + \left(L_{V3} \frac{dI_{V3}}{dt} \right) + M_{V3V4} \frac{dI_{V4}}{dt} = -R_{V3} I_{V3} \\
 V_4: \quad & I_p 2\pi R b_{rV4p} \frac{dz}{dt} + (M_{V4c1} - M_{V4c2}) \frac{dI_c}{dt} + M_{V4V1} \frac{dI_{V1}}{dt} + M_{V4V2} \frac{dI_{V2}}{dt} + M_{V4V3} \frac{dI_{V3}}{dt} + \left(L_{V4} \frac{dI_{V4}}{dt} \right) = -R_{V4} I_{V4}
 \end{aligned}$$

水平磁場制御コイル



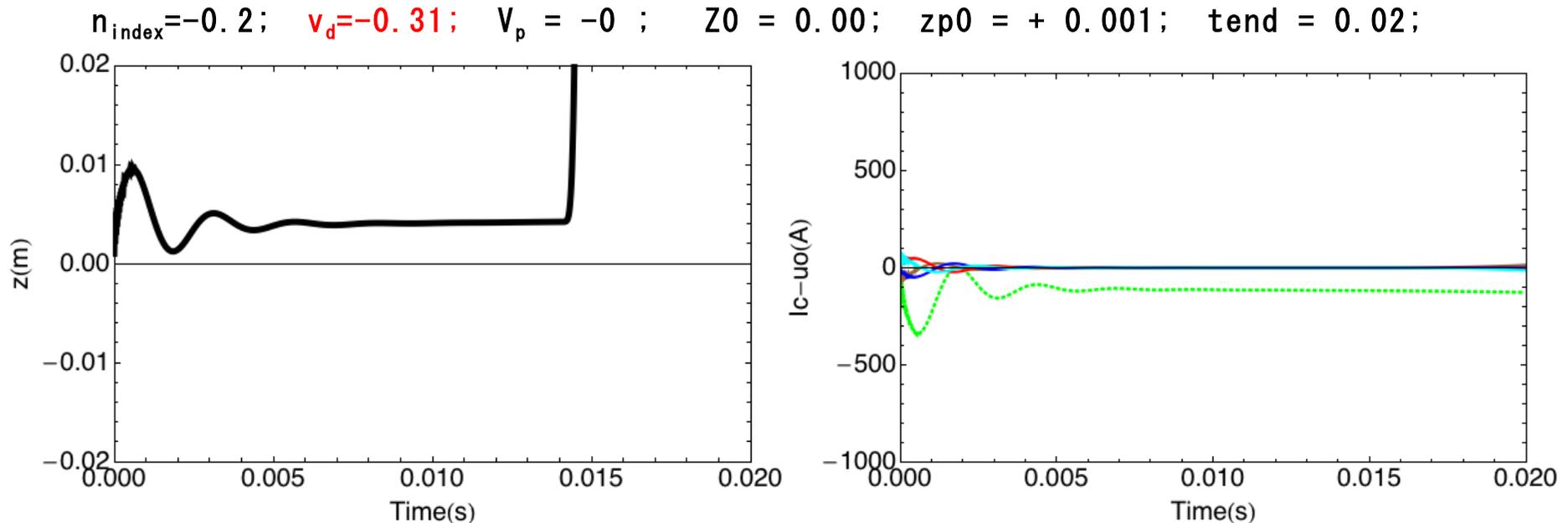
プラズマ変位速度が“**—**”の制御コイル電流(緑)のためにさらに遅くなる. $t=17.8 \mu s$ で 2cm 変位

●制御するには、上の制御コイルに”－”方向の電圧を印加,”－”方向の電流を流す必要がある。

[4] 微分制御を行う。(D制御: $V_d=-0.31$, P制御 $V_p=0$) 真空容器効果+制御コイル

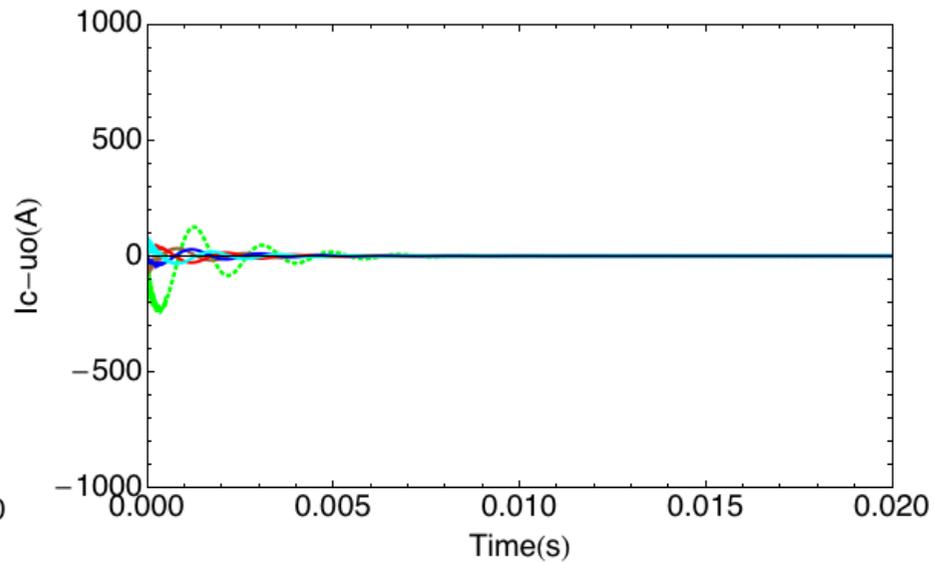
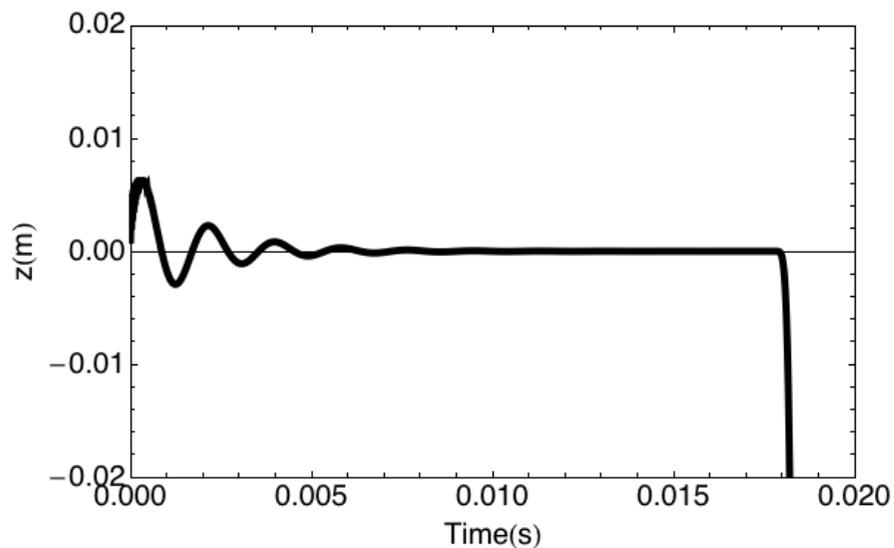
”微分制御は偏差の将来動向を予測して、その変化を抑制するために用いる” 広井和男

”+”方向のプラズマ電流が上に移動するので、上の制御コイルに”－”方向に電流を流して抑制する。

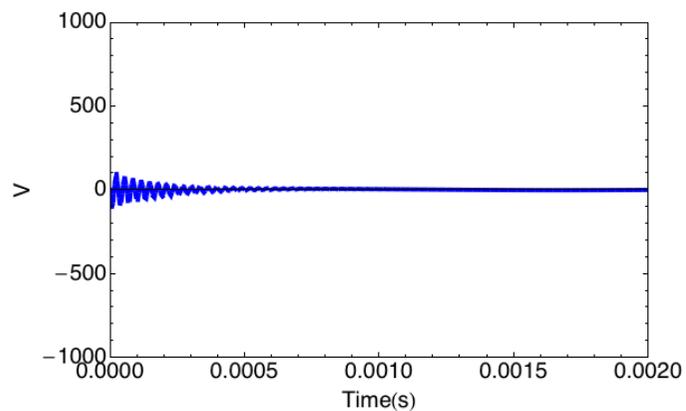


[5] PD 制御を行う. (D 制御: $V_d = -0.31$, P 制御 $V_p = -100$) 真空容器効果 + 制御コイル:
 比例制御で偏差をさらに減らせる.

$n_{\text{index}} = -0.2$; $v_d = -0.31$; $V_p = -100$; $Z_0 = 0.00$; $z_{p0} = +0.001$; $t_{\text{end}} = 0.02 \text{ s}$;

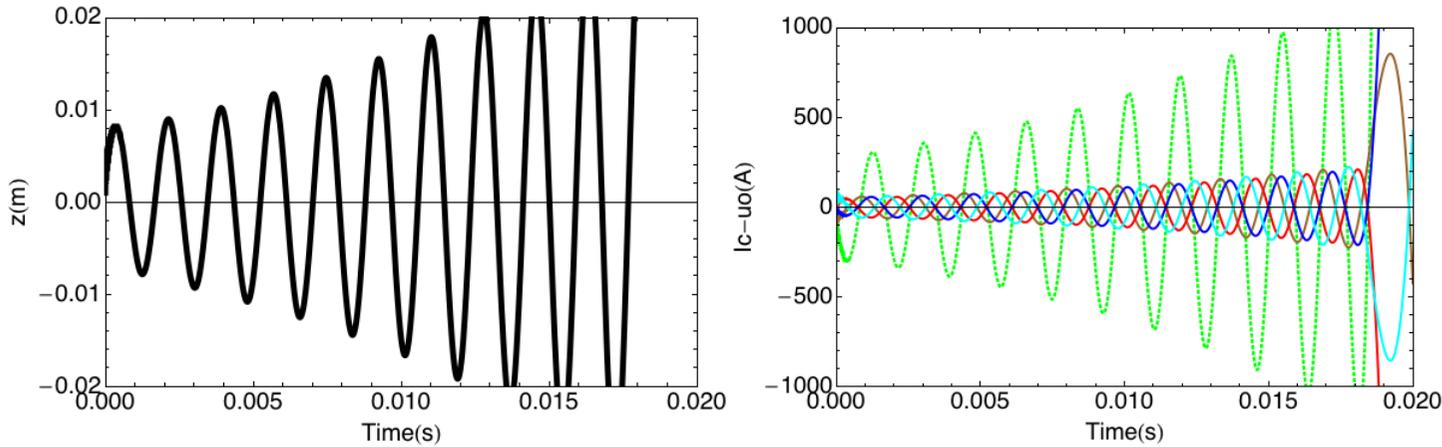


コイルにかかる電圧 $V_c = V_{cp}(z - z_o) + V_{cd} \frac{dz}{dt}$



[6] PD 制御を行う。パラメータの選択が悪いと、振動が発生する。

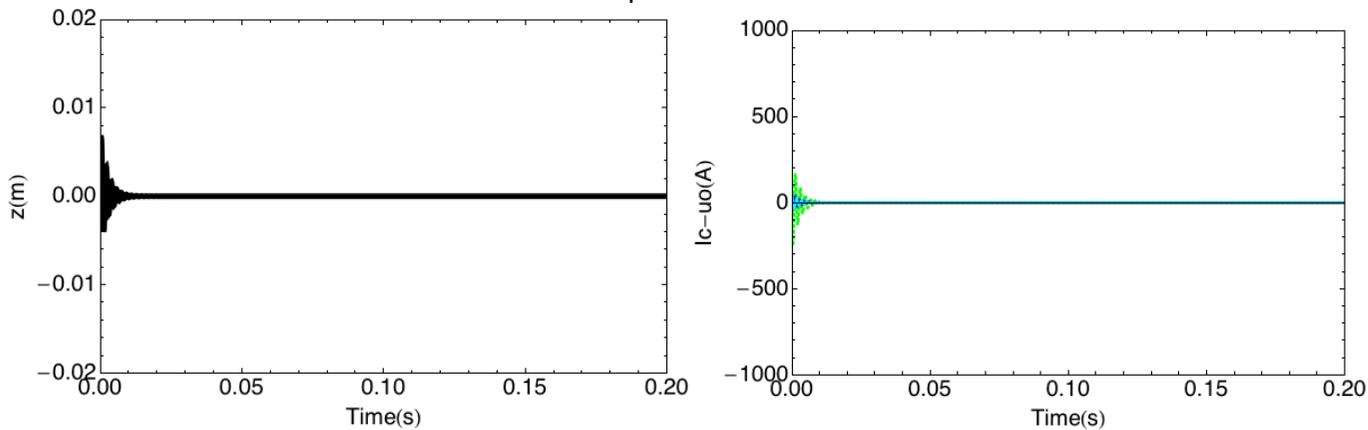
$n_{index} = -0.2$; $v_{cd} = -0.29$; $V_{pG} = -100$; $Z_0 = 0.00$; $z_{p0} = +0.001$; $t_{end} = 0.02$;



[7] 100 x mass の場合の PD 制御

TSC シミュレーションのようにプラズマ質量を 100 倍した場合。-> 数値的に安定して長時間制御できる,

$n_{index} = -0.2$; $v_d = -0.31$; $V_p = -100$; $Z_0 = 0.00$; $z_{p0} = +0.001$; $t_{end} = 0.2$ s ;



6. マスレス近似の妥当性

今までの論文では、 $\omega_A > \gamma$ （不安定性の成長率）の場合マスレス近似ができるとされている。質量を考慮して符号をチェックした式において加速度項=0とにおいて計算する。

Plasma :

$$P: \quad 0 = \frac{\mu_o I_p^2}{2R} \Gamma(-n_{index}) \frac{dz}{dt} + [-I_p 2\pi R (b_{rpc1} - b_{rpc2})] \frac{dI_c}{dt} + [-I_p 2\pi R b_{rpV1}] \frac{dI_{V1}}{dt} + [-I_p 2\pi R b_{rpV2}] \frac{dI_{V2}}{dt} + [-I_p 2\pi R b_{rpV3}] \frac{dI_{V3}}{dt} + [-I_p 2\pi R b_{rpV4}] \frac{dI_{V4}}{dt}$$

Control Coil connected in series :

$$C: \quad \left\{ I_p 2\pi R (b_{rc1p} - b_{rc2p}) - V_{cd} \right\} \frac{dz}{dt} + (2L_{c1} - 2M_{c1c2}) \frac{dI_c}{dt} + (M_{c1V1} - M_{c2V1}) \frac{dI_{V1}}{dt} + (M_{c1V2} - M_{c2V2}) \frac{dI_{V2}}{dt} \\ + (M_{c1V3} - M_{c2V3}) \frac{dI_{V3}}{dt} + (M_{c1V4} - M_{c2V4}) \frac{dI_{V4}}{dt} = V_{cp} (z - z_o) - 2R_c I_c$$

Upper and Lower Vacuum Chamber :

$$V_1: \quad I_p 2\pi R b_{rV1p} \frac{dz}{dt} + (M_{V1c1} - M_{V1c2}) \frac{dI_c}{dt} + \left(L_{V1} \frac{dI_{V1}}{dt} \right) + M_{V1V2} \frac{dI_{V2}}{dt} + M_{V1V3} \frac{dI_{V3}}{dt} + M_{V1V4} \frac{dI_{V4}}{dt} = -R_{V1} I_{V1}$$

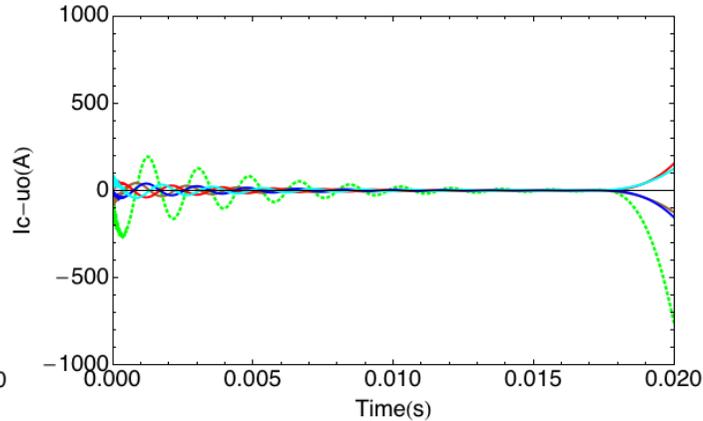
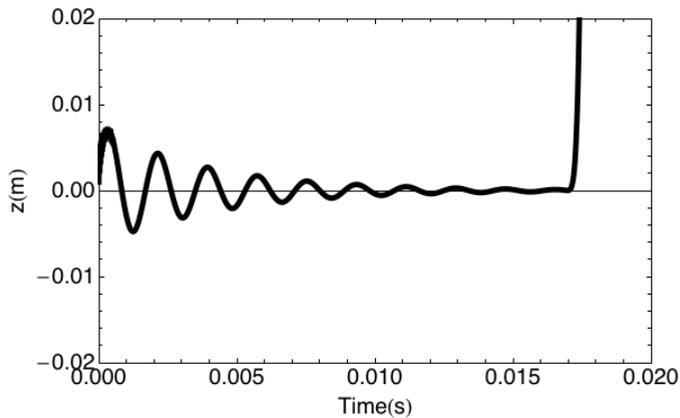
$$V_2: \quad I_p 2\pi R b_{rV2p} \frac{dz}{dt} + (M_{V2c1} - M_{V2c2}) \frac{dI_c}{dt} + M_{V2V1} \frac{dI_{V1}}{dt} + \left(L_{V2} \frac{dI_{V2}}{dt} \right) + M_{V2V3} \frac{dI_{V3}}{dt} + M_{V2V4} \frac{dI_{V4}}{dt} = -R_{V2} I_{V2}$$

$$V_3: \quad I_p 2\pi R b_{rV3p} \frac{dz}{dt} + (M_{V3c1} - M_{V3c2}) \frac{dI_c}{dt} + M_{V3V1} \frac{dI_{V1}}{dt} + M_{V3V2} \frac{dI_{V2}}{dt} + \left(L_{V3} \frac{dI_{V3}}{dt} \right) + M_{V3V4} \frac{dI_{V4}}{dt} = -R_{V3} I_{V3}$$

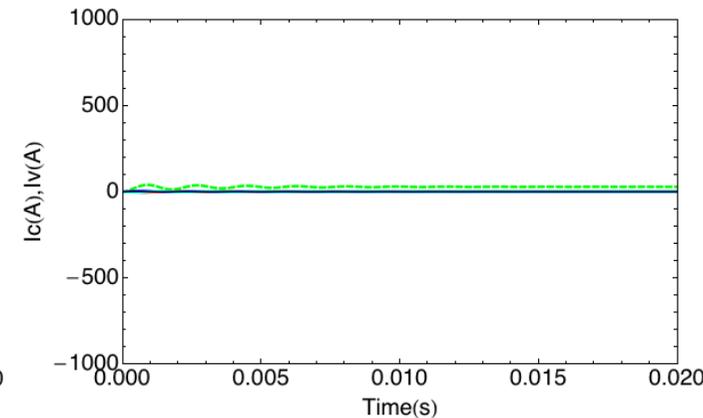
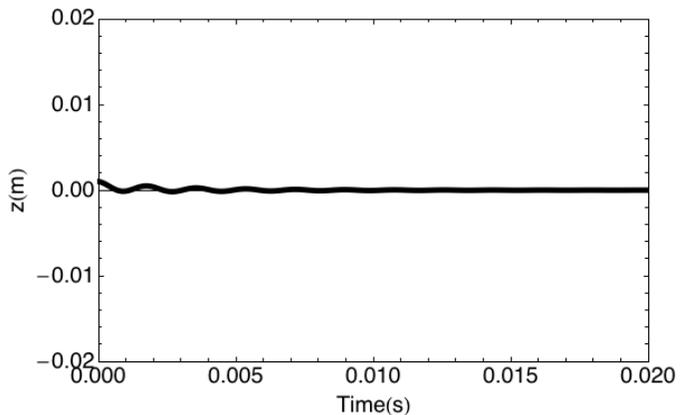
$$V_4: \quad I_p 2\pi R b_{rV4p} \frac{dz}{dt} + (M_{V4c1} - M_{V4c2}) \frac{dI_c}{dt} + M_{V4V1} \frac{dI_{V1}}{dt} + M_{V4V2} \frac{dI_{V2}}{dt} + M_{V4V3} \frac{dI_{V3}}{dt} + \left(L_{V4} \frac{dI_{V4}}{dt} \right) = -R_{V4} I_{V4}$$

PD 制御 $n_{index} = -0.2;$ $v_d = -0.30;$ $V_p = -100;$ $Z_0 = 0.00;$ $z_{p0} = +0.001;$ $t_{end} = 0.02;$

(1) Mass あり



(2) Mass-less 近似



● マスレス近似式では、初期のプラズマ変位が発生しないので、制御コイル電流の向きが反対となり、結果が再現されない。初期値が重要な局面において、マスレス近似式で解析を進めることは危険である。多くの研究でなされているように、真空容器電流の本数が増えて不安定性の成長率が小さくなる場合には適用できるかもしれない。

7. まとめ

QUEST の今後の運転拡張に重要な垂直位置制御を行うために，水平磁場制御コイル回路に要求される電圧，スルーレート，制御ゲイン等を得るために数値解析を行っている．

1. 真空容器を 30 個程度に分割する前に， 6×6 の方程式系の物理的正しさについてチェックした．
2. 質量を考慮したプラズマの運動方程式の解析において，制御レスポンスから正しい係数とそれらの定性的な意味を明らかにした．これを 30×30 の方程式系に拡張すれば良い．
3. その結果，初期条件が大きく関わる場合，質量を考慮した解析式を用いて計算しなければいけないことが明確となり，今後真空容器を 30 個程度に分割して計算する場合もこの方法を採用する．しかし従来の多くの研究でなされているようなマスレス近似式も併用して比較検討する．
4. 制御パラメータの設定は 6×6 の方程式系で得た結果を出発点として，徐々に方程式を増やししながら制御パラメータを探すほうが良いかもしれない．
5. 今回の結果は Mathematica によるもので，放電の途中で制御パラメータを操作できないので，それと並行して FORTRAN プログラムも製作し，互いにチェックしながら進めている．意外と大変な仕事である．